

Aproximações Polinomiais com Memória de Complexidade Reduzida baseada em Mínimos Quadrados Ortogonais

Luis Schuartz e Eduardo Gonçalves de Lima

Resumo—Este trabalho aborda aproximações polinomiais com memória de complexidade reduzida para a modelagem comportamental das características de transferência direta e inversa de amplificadores de potência (APs). Na literatura, a análise de componentes principais (ACP) é explorada para reduzir o número de parâmetros de modelos polinomiais com memória. A contribuição deste trabalho é aplicar o algoritmo dos mínimos quadrados ortogonais (MQO) para o mesmo propósito. Um estudo de caso é relatado para avaliar qual abordagem oferece um melhor compromisso entre complexidade e precisão. Em particular, o estudo comparativo usa dados medidos em um AP GaN HEMT e uma aproximação polinomial com memória que contempla apenas termos unidimensionais e bidimensionais. Em comparação com a aproximação baseada na ACP utilizando o mesmo número de parâmetros, a aproximação oferecida pelos MQO reduz o erro quadrático médio normalizado (EQMN) em até 19,8 dB e 17,8 dB, quando aplicada para a modelagem das características direta e inversa do AP, respectivamente. Além disso, é também apresentado um exemplo de linearização de AP usando o modelo reduzido pela abordagem dos MQO.

Palavras-chave— amplificador de potência, análise de componentes principais, comunicações sem fio, mínimos quadrados ortogonais, modelagem.

I. INTRODUÇÃO

Em sistemas de comunicações sem fio, o projeto do amplificador de potência (AP) determina, de maneira crítica, o desempenho completo do sistema [1]. O AP é o circuito que consome a maior quantidade de potência no sistema. Para melhorar a eficiência, uma possibilidade é usar APs linearizados. Nesse caso, o projeto é então baseado em uma abordagem de sinal misto. O circuito do AP é projetado em rádio frequência no domínio analógico, enquanto que o circuito do linearizador é projetado em banda base no domínio digital. Quanto ao linearizador, uma abordagem comum é incluir um bloco, chamado pré-distorsor (PD), que implementa a característica de transferência inversa do AP. O modelo do PD deve ser de alta precisão para garantir que os sinais de entrada e saída, em uma conexão em cascata entre o PD e o

AP, sejam linearmente relacionados entre si. A complexidade computacional do modelo do PD deve ser a menor possível, uma vez que seu consumo de potência é diretamente proporcional à quantidade de operações necessárias para a sua implementação. Modelos comportamentais que descrevem um AP baseados apenas em medições terminais realizadas na entrada e na saída, usando pouco ou nenhum conhecimento da estrutura interna do AP, são os mais apropriados para fins de linearização.

A descrição da característica inversa de um AP pode ser realizada em tempo discreto utilizando uma aproximação polinomial com memória [2]. A principal vantagem de tal aproximação é que seus parâmetros são linearmente relacionados uns aos outros. Portanto, a melhor escolha de parâmetros pode ser encontrada utilizando algoritmos de identificação lineares [3]. No entanto, sua desvantagem principal é o enorme número de parâmetros necessário para a obtenção de estimativas precisas. A busca por aproximações polinomiais com memória de complexidade reduzida tem sido assunto de vários artigos [4]. Entre as estratégias possíveis para este propósito, uma que merece atenção especial é a técnica de redução da ordem do modelo usando análise de componentes principais (ACP) apresentada em [5]. Na sua abordagem, o algoritmo de identificação é engenhosamente explorado também para a redução do número de parâmetros. Para que a precisão do modelo reduzido seja a mais próxima possível da precisão do modelo completo, esta estratégia de redução mantém apenas os parâmetros que mais contribuem para a melhoria da precisão do modelo. Em particular, a matriz de regressão é primeiramente decomposta em seus autovalores e autovetores e, então, apenas os parâmetros associados com os maiores autovalores são mantidos no modelo reduzido.

O emprego de algoritmos de identificação para a redução da ordem do modelo tem sido reportado para outras classes de modelos de aproximação. Por exemplo, em [6] os mínimos quadrados ortogonais (MQO) são explorados para reduzir o número de neurônios em uma rede neural com função de base radial (FBR). A abordagem baseada em MQO foi estendida em [7] para lidar com FBR de números complexos. Na abordagem baseada em MQO, a matriz de regressão é primeiramente ortogonalizada. A identificação de cada parâmetro pode, portanto, ser realizada de maneira independente da identificação dos demais parâmetros. Os

Luis Schuartz é graduando em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Paraná (UFPR), Centro Politécnico, Curitiba. (luisschuartz@ufpr.br)

Eduardo Gonçalves de Lima é doutor em Dispositivos Eletrônicos pelo Politécnico di Torino e docente na Universidade Federal do Paraná (UFPR), Centro Politécnico, Curitiba. (elima@eletrica.ufpr.br)

modelos são construídos por adição de um parâmetro por vez. Para encontrar cada parâmetro, uma busca entre todos os candidatos é executada. O parâmetro que apresenta a maior redução do erro quadrático médio é selecionado para ser incluído no modelo.

A contribuição deste trabalho é aplicar a abordagem baseada nos MQO para a redução do número de parâmetros na aproximação polinomial com memória. A aproximação polinomial bidimensional apresentada em [8] é escolhida aqui como a descrição completa a partir da qual a estratégia dos MQO vai ser aplicada. A abordagem em [8] mantém apenas os termos unidimensionais e bidimensionais de uma aproximação polinomial genérica. Estas aproximações polinomiais são aplicadas na modelagem comportamental equivalente passa-baixas das características de transferência direta e inversa de APs.

Esse trabalho é organizado como segue. A Seção II descreve a aproximação polinomial com memória. A Seção III comenta a abordagem baseada em ACP. A Seção IV apresenta a abordagem baseada em MQO. A Seção V relata uma análise comparativa entre as abordagens ACP e MQO, baseada em um estudo de caso que utiliza dados experimentais. A Seção VI ilustra um exemplo de linearização de AP utilizando o modelo de complexidade reduzida fornecido pelos MQO. A Seção VII contém as conclusões.

II. APROXIMAÇÃO POLINOMIAL BIDIMENSIONAL COM MEMÓRIA

Amplificadores de potência apresentam comportamento não linear associado com a compressão do ganho de potência e saturação da potência de saída. APs também estão sujeitos a comportamento dinâmico devido às respostas em frequência não ideais dos circuitos de casamento de impedâncias e de polarização do transistor [1]. Portanto, representações precisas para o comportamento dos APs exigem modelos não lineares com memória. A aproximação polinomial bidimensional (2D) com memória, apresentada em [8], é um exemplo de um modelo que satisfaz estas exigências. Esta aproximação relaciona sinais equivalentes passa-baixas de valores complexos na entrada, x , e saída, y , de acordo com:

$$y(n) = X(n)H = \sum_{m_1=0}^M x(n-m_1) \left[\sum_{p_1=0}^{P-1} h_{m_1,p_1} |x(n-m_1)|^{p_1} + \sum_{\substack{m_2=0 \\ \text{if } (m_1 \neq m_2)}}^M \sum_{p_1=0}^{P-1} \sum_{p_2=1}^{P-1} h_{m_1,m_2,p_1,p_2} |x(n-m_1)|^{p_1} |x(n-m_2)|^{p_2} \right] \quad (1)$$

onde h_{m_1,p_1} e h_{m_1,m_2,p_1,p_2} são parâmetros que podem assumir valores complexos, P é o truncamento de ordem polinomial e M é a quantidade de memória. A amostra de saída instantânea (n) é formulada como uma função polinomial das amostras de entrada instantânea e passadas (até M). Para simplificar a notação, um vetor coluna H é definido. Os elementos de H são os coeficientes h . Um vetor linha $X(n)$, cujos elementos são obtidos a partir das informações de entrada nas amostras atual

(n) e passadas, é também definido.

A equação (1) pode ser vista como uma instância particular de uma aproximação polinomial com memória mais geral. Na verdade, (1) contém apenas termos unidimensionais e bidimensionais. Em particular, termos unidimensionais dependem da entrada aplicada em um único instante de tempo (por exemplo, $x(n)$ e $x(n-2)|x(n-2)|^3$), enquanto que termos bidimensionais dependem da entrada aplicada em dois instantes distintos de tempo (como, $x(n)|x(n-2)|^3|x(n)|^2$ e $x(n)|x(n-3)|^2$).

A equação (1) é uma função linear em seus parâmetros h . Então, a identificação dos parâmetros h pode ser realizada por meio de um algoritmo linear. No entanto, o número de parâmetros de (1) cresce rapidamente com o aumento dos fatores de truncamento P e M . Como consequência, estimativas precisas usando (1) podem requerer uma quantidade extremamente grande de parâmetros, especialmente no caso da modelagem de APs que apresentam fortes efeitos não lineares e longas durações de memória.

Em qualquer modelo, especialmente naqueles com grande quantidade de coeficientes como em (1), a contribuição individual de cada parâmetro para a melhoria da precisão da modelagem não é uniforme. Os parâmetros menos úteis podem ser igualados a zero sem comprometer a precisão da modelagem. Tais parâmetros desnecessários (iguais a zero) podem ser removidos do modelo original, desta forma reduzindo drasticamente a sua complexidade computacional, ao custo de uma redução desprezível na precisão da modelagem. Para esta finalidade, é necessária uma estratégia para encontrar o melhor conjunto de parâmetros a ser mantido no modelo de complexidade reduzida. Duas diferentes abordagens para realizar tal tarefa são apresentadas neste trabalho.

Quando (1) é aplicado para estimar um conjunto de N amostras de saída, as N equações resultantes podem ser representadas por:

$$Y = XH, \quad (2)$$

onde X é uma matriz obtida a partir da combinação de vetores linha $X(n)$ em diferentes instantes de tempo e Y é um vetor obtido combinando as estimativas de saída $y(n)$ em diferentes instantes de tempos. Portanto, o número de linhas de X é igual ao número de amostras e o número de colunas de X é igual ao número de parâmetros.

III. ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS

Uma estratégia para selecionar uma quantidade reduzida de parâmetros de (1) é baseada na análise de componentes principais (ACP). Primeiramente, o algoritmo ACP decompõe $X^H X$ de acordo com:

$$X^H X = V \Delta V^{-1}, \quad (3)$$

onde Δ é uma matriz diagonal contendo os autovalores de $X^H X$, V é uma matriz quadrada cujas colunas são os

autovetores de $X^H X$ e $(\cdot)^H$ indica o operador complexo conjugado transposto. Em particular, a n -ésima coluna de V é um autovetor associado com o autovalor localizado na n -ésima linha e n -ésima coluna de Δ .

Na sequência, o algoritmo ACP rearranja as colunas de V em ordem decrescente de acordo com a magnitude dos autovalores associados. Se a matriz reordenada é chamada R , então a primeira coluna de R contém o autovetor associado ao autovalor de maior magnitude, a segunda coluna de R contém o autovetor associado ao autovalor que possui a segunda maior magnitude, e assim por diante. Então, a matriz X é linearmente transformada de acordo com:

$$\tilde{X} = XR. \quad (4)$$

Finalmente, para reduzir o número de parâmetros, o algoritmo ACP usa apenas um subconjunto de colunas de R . Em particular, o algoritmo ACP seleciona apenas as colunas de R associadas aos autovalores de maiores magnitudes. Nesta nova base, (2) é reescrita como:

$$Y = \tilde{X}\tilde{H}, \quad (5)$$

onde os parâmetros \tilde{H} na nova base são identificados pelo algoritmo de mínimos quadrados. A referência [5] descreve uma abordagem baseada na ACP para a redução dos parâmetros de um modelo comportamental de AP que utiliza a aproximação polinomial com memória introduzida em [9].

IV. MÍNIMOS QUADRADOS ORTOGONAIS

Uma outra estratégia para selecionar uma quantidade reduzida de parâmetros de (1) é baseada nos mínimos quadrados ortogonais (MQO). Primeiramente, o algoritmo dos MQO ortogonaliza a matriz X . Se a matriz ortogonalizada é chamada W , nesta nova base, (2) é reescrita como:

$$Y = WG, \quad (6)$$

onde G indica os parâmetros do modelo na nova base. Uma vez que W é ortogonal, cada parâmetro g_i incluído em G pode ser identificado individualmente. O algoritmo dos MQO identifica um parâmetro por vez. Antes de adicionar qualquer novo parâmetro no modelo, o algoritmo procura, entre todos os candidatos, o que gera a maior redução do erro quadrático médio.

Sejam as i -ésimas colunas de X e W representadas por x_i e w_i , respectivamente, e assumindo que o número total de parâmetros de (1) é igual a Q . Se o método clássico de ortogonalização de Gram-Schmidt é empregado, para encontrar o primeiro parâmetro g_1 , as seguintes Q contribuições individuais $[err]_1^{(i)}$ são obtidas [6]-[7]:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_1^{(i)} = x_i \\ g_1^{(i)} = \frac{\left(w_1^{(i)}\right)^H Y}{\left(w_1^{(i)}\right)^H w_1^{(i)}} \\ [err]_1^{(i)} = \frac{\left|g_1^{(i)}\right|^2 \left(w_1^{(i)}\right)^H w_1^{(i)}}{Y^H Y} \end{array} \right\} 1 \leq i \leq Q \quad (7)$$

O primeiro parâmetro selecionado, cuja coluna é identificada por i_1 , é o que produz a maior contribuição, ou seja, $[err]_{i_1}^{(i_1)} = \max\{[err]_1^{(i)}, 1 \leq i \leq Q\}$. Portanto, $w_1 = w_{i_1}^{(i_1)}$.

Para selecionar o k -ésimo parâmetro, g_k , para $k \geq 2$, $Q-(k-1)$ contribuições individuais $[err]_k^{(i)}$ são calculadas de acordo com:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{jk}^{(i)} = \frac{w_j^H x_i}{w_j^H w_j}, \quad 1 \leq j < k \\ w_k^{(i)} = x_i - \sum_{j=1}^{k-1} \alpha_{jk}^{(i)} w_j \\ g_k^{(i)} = \frac{\left(w_k^{(i)}\right)^H Y}{\left(w_k^{(i)}\right)^H w_k^{(i)}} \\ [err]_k^{(i)} = \frac{\left|g_k^{(i)}\right|^2 \left(w_k^{(i)}\right)^H w_k^{(i)}}{Y^H Y} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1 \leq i \leq Q, \\ i \neq i_1 \\ \vdots \\ i \neq i_{k-1} \end{array} \quad (8)$$

O k -ésimo parâmetro selecionado, cuja coluna é identificada por i_k , é o parâmetro que produz a maior contribuição, ou seja

$$[err]_k^{(i_k)} = \max\{[err]_k^{(i)}, 1 \leq i \leq Q, i \neq i_1, \dots, i \neq i_{k-1}\} \quad (9)$$

Portanto,

$$w_k = w_k^{(i_k)} = x_{i_k} - \sum_{j=1}^{k-1} \alpha_{jk} w_j, \quad (10)$$

quando $\alpha_{jk} = \alpha_{jk}^{(i_k)}, 1 \leq j \leq k$.

A abordagem baseada nos MQO para a redução do número de parâmetros de uma rede neural FBR foi descrita em [6]-[7]. Vale ressaltar que, em [6] e [7], o algoritmo dos MQO não é aplicado para a redução do número de parâmetros de modelos comportamentais de AP descritos por aproximações polinomiais com memória.

V. ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE ACP E MQO

Uma comparação cuidadosa entre as abordagens ACP e MQO, baseada em um estudo de caso, é agora discutida. O estudo de caso usa dados de entrada e saída medidos em um AP operando em classe AB e contendo um transistor HEMT fabricado em tecnologia GaN. O AP é estimulado por uma portadora de 900 MHz, modulada por um sinal WCDMA com uma largura de banda de 3,84 MHz. Uma parte dos dados medidos é usada tanto para a redução do número de parâmetros, quanto para a identificação dos parâmetros do modelo reduzido. Outra parte dos dados medidos é usada para avaliar a precisão da modelagem, através da métrica erro quadrático médio normalizado (EQMN) [10]. A identificação e a validação dos modelos são realizadas em ambiente MATLAB, usando aritmética de vírgula flutuante com precisão dupla.

A ordem polinomial P , mostrada em (1), é fixada em 4. A quantidade de memória M , usada em (1), é fixada em 7. Para estes valores de truncamento, o número de parâmetros em (1) é igual a 368. Na verdade, para P maior que 4 e M maior que 7, melhorias muito pequenas na precisão da modelagem são obtidas ao custo de um acréscimo muito significativo na quantidade de parâmetros. Para a redução da quantidade de parâmetros de (1), as abordagens baseadas em ACP e MQO são então aplicadas. O número de parâmetros nos modelos de complexidade reduzida é variado de 1 a 40.

Em uma primeira análise, os algoritmos ACP e MQO são aplicados na modelagem da característica de transferência direta do AP. A Figura 1 mostra o EQMN obtido em função do número de parâmetros. Observe que, em comparação com a abordagem baseada em ACP de mesmo número de parâmetros, os modelos de complexidade reduzida fornecidos pela abordagem baseada nos MQO possuem erros menores. Em particular, a maior diferença obtida no EQMN é de 19,8 dB e é observado quando o número de parâmetros é igual a 7.

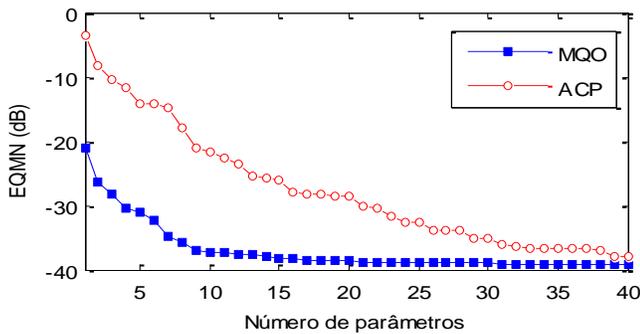


Fig. 1 EQMN em função do número de parâmetros para modelagem da característica de transferência direta.

A Figura 2 mostra as densidades espectrais de potência (DEP) dos sinais de erro obtidos pelos modelos de complexidade reduzida com 16 parâmetros, quando estes são aplicados para a modelagem da característica de transferência direta. A justificativa para selecionar 16 parâmetros na Figura 2 é devido à abordagem baseada nos MQO praticamente atingir seu erro mínimo para este caso que usa uma pequena

quantidade de parâmetros. Observe que a DEP do sinal de erro obtido utilizando a abordagem baseada em MQO é muito menor que a DEP do sinal de erro obtido utilizando a abordagem baseada em ACP. Portanto, o desempenho superior do modelo de complexidade reduzida fornecido pela abordagem dos MQO é claramente ilustrado na Figura 2.

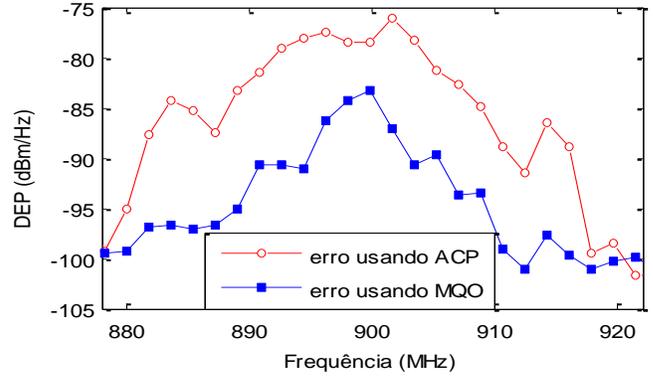


Fig. 2 DEP dos sinais de erro para modelagem da característica de transferência direta.

Para melhor visualizar a alta qualidade da estimativa fornecida pelo modelo de complexidade reduzida com 16 parâmetros e obtido através dos MQO, a Figura 3 exibe amplitudes de saída em função de amplitudes de entrada. Note que as curvas medida e estimada são praticamente idênticas.

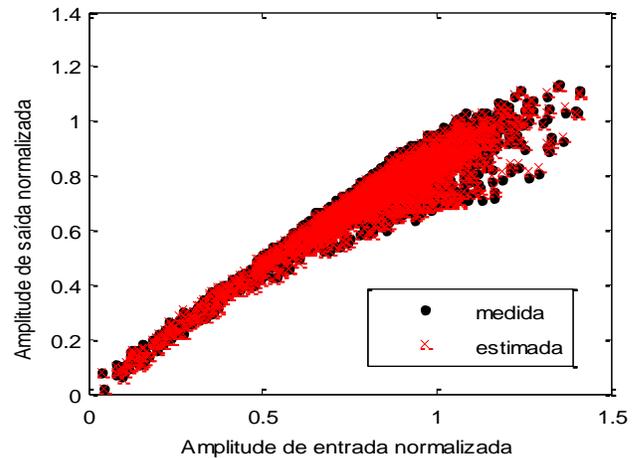


Fig. 3 Amplitude de saída normalizada em função da amplitude de entrada normalizada para modelagem da característica de transferência direta: medida e estimada pelo modelo baseado em MQO com 16 parâmetros.

Em uma segunda análise, os algoritmos ACP e MQO são aplicados para a modelagem da característica de transferência inversa do AP. A Figura 4 mostra o EQMN obtido em função do número de parâmetros. Novamente, a abordagem baseada em MQO apresenta um desempenho superior em comparação com a abordagem baseada em ACP. Com a mesma quantidade de parâmetros, a abordagem baseada em MQO melhora o EQMN em até 17,8 dB. Além disso, para alcançar um EQMN de pelo menos -32 dB, a abordagem baseada em MQO requer apenas 48% (13 de 27) da quantidade de parâmetros requerida pela abordagem baseada em ACP.

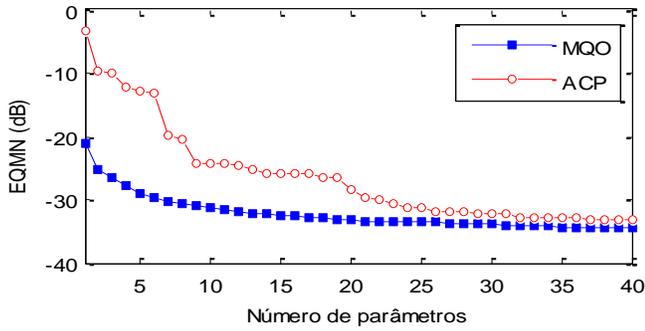


Fig. 4 EQMN em função do número de parâmetros para modelagem da característica de transferência inversa.

A Figura 5 mostra as DEP dos sinais de erro obtidos pelos modelos de complexidade reduzida com 16 parâmetros, quando estes são aplicados para a modelagem da característica de transferência inversa. Observe que, para frequências menores que 890 MHz e maiores que 905 MHz, a DEP do sinal de erro obtido através da abordagem baseada em MQO é claramente menor que a DEP do sinal de erro obtido através da abordagem baseada em ACP.

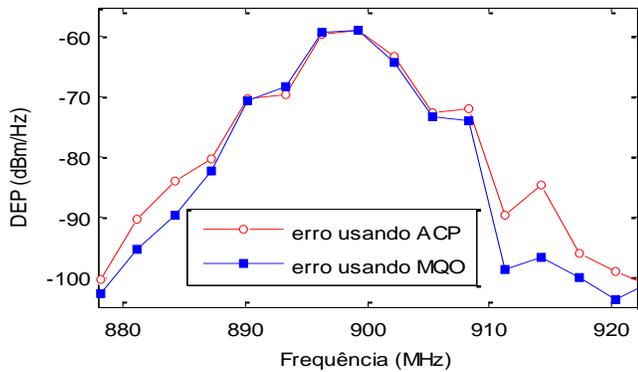


Fig. 5 DEP dos sinais de erro para modelagem da característica de transferência inversa.

Para ilustrar a qualidade da estimativa fornecida pelo modelo de complexidade reduzida com 16 parâmetros e obtido através dos MQO, a Figura 6 exhibe amplitudes de saída em função de amplitudes de entrada. Observe que as curvas medidas e estimadas se assemelham bastante.

VI. EXEMPLO DE LINEARIZAÇÃO DE UM AP ATRAVÉS DO MODELO DE COMPLEXIDADE REDUZIDA BASEADO NA ABORDAGEM DOS MQO

O AP a ser linearizado nesta seção é descrito por um modelo matemático obtido da seguinte forma. Parte-se do mesmo conjunto de dados de entrada e saída coletados experimentalmente e detalhados na Seção V. Estes dados são então utilizados para identificar um modelo comportamental de AP descrito por (1) com $M = 7$ e $P = 4$, em ambiente MATLAB, usando o algoritmo dos mínimos quadrados e aritmética de vírgula flutuante com precisão dupla.

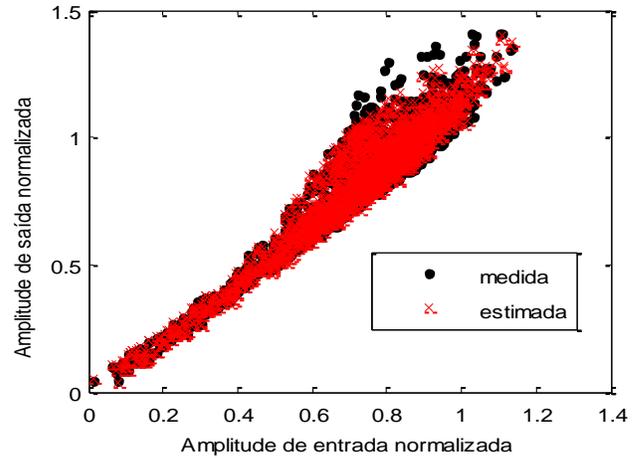


Fig. 6 Amplitude de saída normalizada em função da amplitude de entrada normalizada para modelagem da característica de transferência inversa: medida e estimada pelo modelo baseado em MQO com 16 parâmetros.

Este modelo matemático de AP é utilizado para simular dois diferentes cenários. No primeiro cenário, correspondente ao AP não linearizado, um sinal WCDMA é aplicado diretamente na entrada do AP. No segundo cenário, correspondente ao AP linearizado, este mesmo sinal WCDMA é inicialmente pré-distorcido para somente então ser aplicado na entrada do AP. Para uma comparação justa, os ganhos dos sinais WCDMA usados em cada cenário são ajustados de tal maneira a garantir que a potência média na saída do AP seja a mesma em ambos os cenários.

Para gerar o sinal pré-distorcido, utiliza-se um modelo de pré-distorção (PD) descrito por uma aproximação polinomial com memória de complexidade reduzida baseada na abordagem dos MQO. Especificamente, nos resultados reportados nesta seção, o modelo de PD é obtido a partir de (1) com $M = 7$ e $P = 4$ e, através da abordagem dos MQO, reduz-se a quantidade de coeficientes para apenas 20. O modelo de PD é identificado de tal forma a representar a característica de transferência inversa do AP.

A Figura 7 exhibe as densidades espectrais de potência estimadas na saída do AP com e sem a presença de um linearizador que utiliza o modelo de PD descrito anteriormente. Observe que, através do uso do PD, foi possível obter uma drástica redução no nível das distorções localizadas nas frequências em torno da banda passante do sinal. Portanto, nesta situação de mesma potência média de saída, a presença do linearizador permite um aumento muito significativo da linearidade, desta forma validando o projeto do PD aqui apresentado.

Para melhor ilustrar o comportamento altamente linear da conexão em cascata composta pelo PD seguido do AP, a Figura 8 mostra a amplitude do sinal na saída da conexão em cascata (ou seja, do sinal na saída do AP) em função da amplitude do sinal na entrada da conexão em cascata (ou seja, do sinal na entrada do PD). Observe que a inclinação da curva mostrada na Figura 8 mantém-se praticamente uniforme para todos os valores de amplitude de entrada.

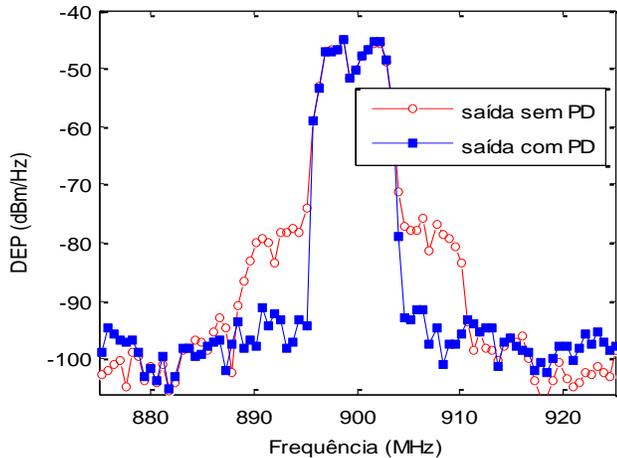


Fig. 7 DEP dos sinais na saída do AP: sem PD e com PD descrito por modelo de complexidade reduzida com 20 parâmetros baseado na abordagem dos MQO.

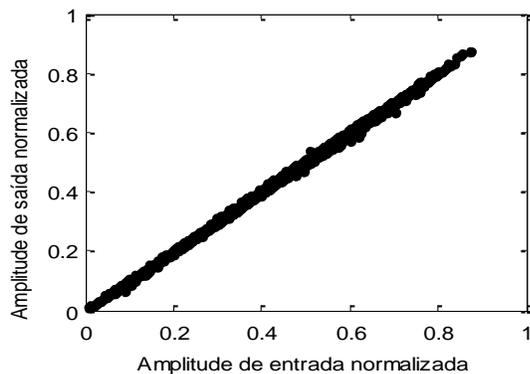


Fig. 8 Amplitude de saída normalizada em função da amplitude de entrada normalizada de uma cascata composta por PD seguido do AP: PD descrito por modelo de complexidade reduzida com 20 parâmetros baseado na abordagem dos MQO.

VII. CONCLUSÕES

Neste trabalho, o algoritmo dos MQO, usado previamente no treinamento de redes neurais com função de base radial, é aplicado para a redução do número de parâmetros em aproximações polinomiais com memória. As precisões de modelos de complexidade reduzida baseados em ACP e MQO são comparadas em um cenário de mesma quantidade de parâmetros. O estudo de caso reportado aqui evidencia que a abordagem baseada em MQO tem capacidade de aumentar

significativamente a precisão da modelagem, em comparação com a abordagem baseada em ACP. Além disso, o modelo de complexidade reduzida obtido através dos MQO, quando usado como PD, mostrou-se capaz de proporcionar uma excelente linearização para o AP sob análise.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro fornecido pela Fundação Araucária de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Paraná e a Pró-reitoria de Assuntos Estudantis da Universidade Federal do Paraná (PRAE-UFPR).

REFERÊNCIAS

- [1] S. Cripps, *RF Power Amplifiers for Wireless Communications*, 2nd edition. Norwood, MA: Artech House, 2006.
- [2] V. Mathews and G. Sicuranza, *Polynomial Signal Processing*. New York: Wiley, 2000.
- [3] L. Schuartz and E. G. Lima, "Comparison among Algorithms for the Identification of Adaptive Memory Polynomial Predistorter Models", in *30º Simpósio Sul de Microeletrônica*, Santa Maria, May 2015, pp. 1-4.
- [4] J. C. Pedro and S. A. Maas, "A comparative overview of microwave and wireless power-amplifier behavioral modeling approaches," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 53, no. 4, pp. 1150–1163, Apr. 2005.
- [5] P. L. Gilabert, G. Montoro, D. López, N. Bartzoudis, E. Bertran, M. Payaró and A. Hourtane, "Order Reduction of Wideband Digital Predistorters Using Principal Component Analysis", in *IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, Seattle, WA, Jun. 2013, pp. 1–7.
- [6] S. Chen, C. F. N. Cowan, and P. M. Grant, "Orthogonal least squares learning algorithm for radial basis function networks," *IEEE Trans. Neural Netw.*, vol. 2, no. 2, pp. 302–309, Mar. 1991.
- [7] S. Chen, X. Hong and C. J. Harris, "Fully Complex-Valued Radial Basis Function Networks for Orthogonal Least Squares Regression," in *2008 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN 2008)*, Hong Kong, 2008, pp. 7–12.
- [8] E. J. Bonfim and E. G. Lima, "Um Novo Modelo com Memória baseado em Aproximações Polinomiais Bidimensionais para Transmissores de Sistemas de Comunicações sem Fio, in *Anais do XXXIII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações SBrT2015*, Juiz de Fora, MG, 2015, pp. 103–107.
- [9] J. Kim and K. Konstantinou, "Digital predistortion of wideband signals based on power amplifier model with memory," *Electron. Lett.*, vol. 37, no. 23, pp. 1417–1418, Nov. 2001.
- [10] M. S. Muha, C. J. Clark, A. Moulthrop, and C. P. Silva, "Validation of power amplifier nonlinear block models," in *IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, Anaheim, CA, Jun. 1999, pp. 759–762.