

O Problema Direto na Tomografia por Impedância Elétrica

R. P. Rodrigues, E.G. Góes, R.G.S. Rodrigues

Resumo — O estudo apresentado neste artigo mostra as equações utilizadas para a obtenção dos potenciais envolvidos no problema direto da tomografia por impedância elétrica. Essas equações são obtidas através do Método dos Elementos Finitos em conjunto com equações oriundas no eletromagnetismo. Elas possibilitam encontrar resultados teóricos que permitem desenvolver metodologias capazes de resolver o problema inverso da tomografia por impedância elétrica. Em outras palavras, a solução do problema inverso da Tomografia por Impedância Elétrica necessita de um modelo direto e eficiente.

Palavras Chaves — Tomografia por Impedância Elétrica, Problema Direto, Problema Inverso, Método dos Elementos Finitos.

I. INTRODUÇÃO

No presente trabalho descreve-se um desenvolvimento teórico com base em uma revisão bibliográfica realizada, onde a metodologia matemática necessária para a solução do problema direto em Tomografia por Impedância Elétrica (TIE) é apresentada. Esse estudo foi motivado pela necessidade de obter-se um modelo teórico do problema direto para que seja possível ajustar dados experimentais.

Com os avanços nas áreas de ciências e tecnologias ocorridas durante o século XX, melhorias significativas permitiram melhoria na qualidade de vida. Particularmente na área da saúde, os avanços tecnológicos revolucionaram a medicina. Hoje os médicos dispõem de diversos e variados métodos e processos, tanto para obter informações sobre o corpo humano e diagnosticar estados patológicos, como para intervir e tratar tais patologias, com alto grau de precisão e eficiência.

O trabalho foi financiado em parte pela Universidade Federal do Rio Grande – FURG, com apoio da secretaria do PPGMC.

Rodrigues R. P., Bacharel em Física Médica pela Universidade Federal do Rio Grande e Licenciado pela Universidade Federal de Pelotas, atualmente mestrando em Modelagem Computacional na Universidade Federal do Rio Grande – FURG. (fone: 5384074813, e-mail: rapereirara@gmail.com)

Góes G. E. Graduado em Física. Licenciatura. Universidade Federal de Santa Maria, Especialista em Física Aplicada à Radiologia, Universidade de São Paulo – USP, Mestre em Ciências na área de Física Aplicada à Medicina e Biologia, USP, Doutor em Ciências em Engenharia Nuclear na área de Física Nuclear, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Pós-Doutor, Centro Regional de Hemoterapia do Hospital das Clínicas da Faculdade de Medicina de Ribeirão Preto da USP. (e-mail: evambertogoes@gmail.com)

Glauco R. R., Doutor em Física Aplicada à Medicina e Biologia pela Universidade de São Paulo. Professor do Instituto de Matemática, Estatística e Física – IMEF da Universidade Federal do Rio Grande – FURG e orientador do trabalho. (fone: 5332336868, e-mail: rglaucor@gmail.com)

Especificamente na área de diagnóstico por imagem, as técnicas mais modernas são capazes de gerar imagens extremamente precisa, tanto anatômicas como funcionais, de órgãos e tecidos do corpo humano. Entretanto, com a evolução de novas técnicas de diagnóstico por imagem, a TIE surge como uma novidade com vantagens adicionais aos usuários.

O surgimento da TIE, como uma técnica de imagiologia médica é atribuída a John G. Webster em uma publicação de 1978 embora a primeira realização prática de um sistema de TIE médica foi detalhado em 1984 em dois trabalhos de David C. Barber e Brian H. Brown [1].

A formulação matemática do problema foi apresentada por Alberto Calderón [2], na literatura matemática. Este tipo de problema é muitas vezes referido como "problema inverso de Calderón" ou "Problema de Calderón". A contribuição de Calderón foi mostrar que o problema inverso da TIE possui solução e que a solução é única.

II. A TOMOGRAFIA POR IMPEDÂNCIA ELÉTRICA

A TIE é uma técnica de obtenção de imagem do interior de um corpo. Inicialmente, é necessária a mensuração dos potenciais elétricos, gerados por correntes elétricas, em eletrodos localizados na fronteira de um volume condutor. Desta forma, através do problema inverso, pode-se determinar a distribuição das condutividades ou resistividades no interior do corpo. Os materiais possuem diferentes propriedades elétricas e assim, pode-se associar a essa distribuição uma imagem da estrutura interna de um corpo.

TIE é uma tecnologia inovadora e proporciona a obtenção de imagens tanto para diagnóstico médico quanto para materiais. Em medicina, pode-se destacar: a detecção de êmbolos nos pulmões, [3], [4] e [5], o monitoramento de apneia [6], monitoramento da função cerebral e fluxo sanguíneos [7] e detecção de câncer de mama [8]. Esta técnica moderna de diagnóstico por imagem, não causa efeitos danosos no paciente e é de fácil aplicação. Além disso, o seu uso é vantajoso, pois, não exige elevados gastos financeiros e é de fácil manipulação.

Em geofísica e em ciências ambientais, ela é útil na localização de depósitos minerais [9] e detecção de vazamentos em tanques de armazenagem subterrâneos [10], na injeção de fluxos de fluídos injetados na terra e na extração de petróleo ou limpeza ambiental. [11]. Em testes não destrutivos a TIE é aplicado na detecção de corrosão [12] e pequenos defeitos como fissuras ou vazios em metais [13], [14] e [15].

III. PROBLEMA DIRETO

O problema direto consiste na medição dos potenciais elétricos nos eletrodos, que são colocados equi-espaciaados ao redor da região de interesse de um corpo. A solução numérica do problema direto tem como objetivo principal calcular, com uma boa precisão, os potenciais nos eletrodos e no interior do volume do corpo.

Apesar de existirem técnicas conhecidas para resolver numericamente o problema direto, como o método das diferenças finitas ou volumes finitos, o método de elementos finitos (MEF) é que será aplicado, neste estudo, como ferramenta para resolver o problema direto na TIE. O MEF é uma análise matemática e consiste na discretização de um meio contínuo em pequenos elementos, mantendo as mesmas propriedades do meio original.

Em problemas onde o volume condutor tem fronteiras irregulares, os métodos numéricos que mais se adequam são o MEF e o método dos elementos de contorno. Para problemas cujas fronteiras são suficientemente regulares pode-se aplicar métodos como as diferenças finitas ou volumes finitos [16].

IV. EQUAÇÕES GOVERNANTES DA TIE

A seção de um corpo com um domínio fechado Ω , pode ser discretizado por elementos geométricos, que formam uma malha adaptativa. Esta malha visa à decomposição de um determinado domínio (uma região geométrica) em vários elementos, de modo a permitir o uso de um método numérico para aproximar a solução das equações governantes do problema em questão.

Considerando tal domínio, e assumindo que o meio é puramente condutivo, e sem fontes internas, seu potencial elétrico pode ser determinado em elementos triangulares, através do Método dos Elementos Finitos (MEF). Este método divide o corte tomográfico em elementos geométricos, que facilitam o estudo em pontos específicos do corte. O domínio (região de interesse) pode ser estudado por uma malha triangular, conforme a **Figura 1**.

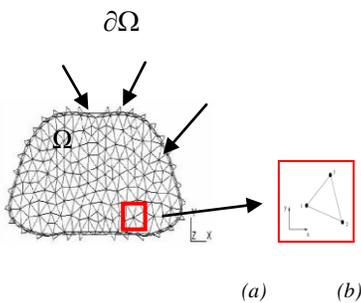


Figura 1. (a) Exemplo de domínio dividido em elementos finitos.
(b) Elemento finito triangular

Dispondo eletrodos ao redor da superfície de contorno, mostrado na **Figura 2**, e através da injeção de uma corrente elétrica i constante nos eletrodos é possível medir os

potenciais nos limites da fronteira da seção em estudo. A corrente transmitida depende das características do meio condutivo. Associada a ela, a *densidade de corrente J* , trata da característica de um ponto interno do condutor, e não do condutor como um todo.

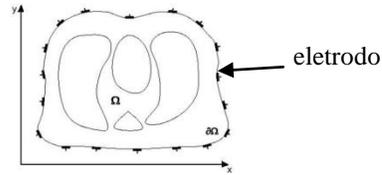


Figura 2: Domínio em 2D cercado por eletrodos

No caso de materiais anisotrópicos, meio no qual, varia a direção das propriedades eletromagnéticas, como os músculos e o cérebro, que devido as suas morfologias teciduais, possuem diferentes densidades de corrente, as propriedades eletromagnéticas são distintas em relação aos tecidos isotrópicos (meios os quais, as propriedades eletromagnéticas são as mesmas em todas as direções). Mas, estas propriedades, não são apenas caracterizadas pela direção dos fluxos de corrente, mas também, pela capacidade de condutibilidade da corrente em cada meio condutor, como já descrito.

Se a corrente for distribuída uniformemente através de uma área A de uma seção reta do condutor, o módulo da densidade de corrente para todos os pontos daquela seção é dado por

$$J = \frac{i}{A} \quad (1)$$

Escrita da forma;

$$i = J.A \quad (2)$$

a relação é um caso especial em que a superfície de integração é uma seção reta do condutor, sendo J constante ao longo da superfície e perpendicular a mesma.

A relação geral entre J e i , para uma superfície particular dentro de um condutor, que não precisa ser plana é

$$i = \int J.dA \quad (3)$$

onde i é o fluxo do vetor J através da superfície e dA é um elemento de superfície e a integral é calculada sobre toda a superfície em questão. A equação (3), entretanto, pode ser aplicada a *qualquer* superfície através da qual desejamos avaliar a corrente. A equação mostra que i é uma grandeza escalar, pois o integrando $J.dA$ é um escalar.

Com isso, as equações eletromagnéticas que envolvem a aplicação da corrente em um meio, com condutividade $\sigma(x,y)$ e permissividade relativa $\epsilon(x,y)$ determinarão a densidade de corrente J , através da distribuição de cargas elétricas.

Relacionada à resistência de um meio condutivo, *isotrópico* a existência de uma resistividade ρ é dada pela definição;

$$\rho = \frac{E}{J} \quad (4)$$

Na preferência de considerar a condutividade σ do meio em vez da resistividade, a seguinte relação de reciprocidade entre as quantidades é dado por [17].

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (5)$$

A corrente elétrica injetada do meio gera em seu interior a densidade de corrente J ;

$$J = \sigma E + \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \quad (6)$$

Onde E é o campo elétrico do meio e ϵ_0 é uma constante que representa a permissividade do espaço livre. Apesar de esta ser desconsiderada, visto que, na TIE utilizam-se excitações de baixas frequências [18].

Desse modo,

$$J = \sigma E \quad (7)$$

Na TIE, segundo [19], devido ao uso de frequências de corrente, abaixo de 30 MHz, o divergente da densidade de corrente é nulo (8) e o gradiente do potencial negativo, resulta no campo elétrico (9). Conforme é mostrado matematicamente nas seguintes equações:

$$\nabla \cdot J = 0 \quad (8)$$

e

$$E = -\nabla U \quad (9)$$

Assim, pode-se escrever ao aplicar as equações (7) e (9) na equação (8);

$$\nabla \cdot (\sigma E) = 0 \quad (10)$$

$$\nabla \cdot (\sigma (-\nabla U)) = 0 \quad (11)$$

Multiplicando a equação (11) por -1,

Resulta a equação de Laplace (12);

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla U) = 0 \quad (12)$$

Para casos bidimensionais, estudado neste trabalho, a equação (12), pode ser escrita da forma da equação (13):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\sigma \frac{\partial U}{\partial y} \right) = 0 \quad (13)$$

Para limitar o número infinito de soluções $U_{(x,y)}$ da Equação de Laplace são aplicadas condições de contorno que estabelecem medidas em eletrodos colocados ao redor da região em estudo. Na TIE o valor destas medidas, obtidas através de l eletrodos colocados ao longo do contorno $\partial\Omega$, são estabelecidos pelas seguintes condições de contorno:

$$\sigma \frac{\partial U(\sigma)}{\partial \hat{n}} = \begin{cases} J_i & i = 1, 2, \dots, l \\ 0 & \text{nos demais locais de } \partial\Omega \end{cases} \quad (14)$$

onde \hat{n} é um vetor normal à fronteira $\partial\Omega$ e orientado para fora. A solução da equação de Laplace para uma dada distribuição de condutividade com as condições descritas acima é geralmente descrita com *problema direto* [18].

A.O MÉTODO DO ELETRODO

Na interação dos eletrodos com a superfície de contato, deve-se levar em consideração a impedância na interface para poder modelar completamente o domínio. Nesta interação, a impedância provoca uma perda brusca na medida do potencial. Particularmente, em aplicações médicas, este fenômeno é considerado significativo, visto que, a impedância entre os tecidos e os eletrodos é alta. Portanto a condição descrita na equações (15), torna a solução da equação de Laplace mais próxima do real, ao considerar aspectos relevantes para a solução do problema.

$$\begin{cases} \int_{\partial\Omega} \sigma \frac{\partial U}{\partial \hat{n}} = I_i, & i = 1, 2, \dots, l \\ \sigma \frac{\partial U}{\partial \hat{n}} = 0; \\ U + z_i \sigma \frac{\partial U}{\partial \hat{n}} = V_i, & i = 1, 2, \dots, l \end{cases} \quad (15)$$

A corrente elétrica I no i -ésimo eletrodo localizado na fronteira do domínio, representado na primeira condição, é obtida em função da variação do vetor normal da superfície de contorno, z_i é a impedância de contato efetiva entre o i -ésimo eletrodo e a superfície de contato e V_i representa a obtenção dos potenciais elétricos nos detectores.

É importante destacar, que as condições de contorno de Dirichlet são consideradas, no termo do gradiente na Equação de Laplace, conforme a medida a ser analisada.

V. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

A solução trivial elementar $\tilde{U}^{(e)}$ demonstrada na **Figura 4**, forma a imagem do elemento sobre o plano (x,y) pela interpolação dos parâmetros a_i nos nós do triângulo, para a formação da superfície hachurada na imagem representada.

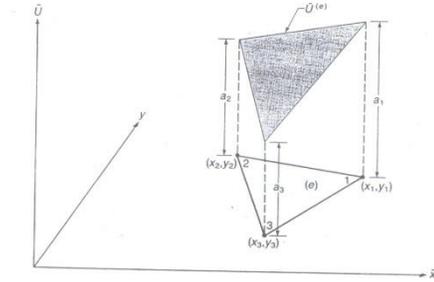


Figura 4: Solução trivial de um elemento triangular

Considerando o triângulo, da **Figura 4**, com nós nos vértices nos pontos 1, 2 e 3, respectivamente e coordenadas $(x_1, y_1); (x_2, y_2); (x_3, y_3)$, o elemento triangular definido através do MEF, descreve os potenciais elétricos $U^{(e)}(x, y)$ no interior de um elemento genérico. Sendo $i = 1, 2$ ou 3 , respectivo aos nós.

Com base nos potenciais nodais, a interpolação linear dos $U_i(x, y)$, determina o potencial elétrico $\tilde{U}(x, y)$ nos eletrodos.

Sendo;

$$\tilde{U}^{(e)} = a + bx + cy \quad (16)$$

$$\tilde{U}^{(e)}(x_i, y_i; a) = a_i \quad (17)$$

e,

$$a_i(x, y) = a + bx_i + cy_i \quad (18)$$

e,

$$\tilde{U}^{(e)}(x, y, a) = \sum_{i=1}^3 a_i \phi_j^{(e)}(x, y) \quad (19)$$

Onde;

$$\phi_j^{(e)}(x, y) = \frac{a_j + b_j x + c_j y}{2A} \quad (20)$$

Sendo, $i = 1, 2$ e 3 nós do triângulo elementar da imagem e A a área do elemento.

O potencial $U(x, y)$ em um ponto arbitrário, dentro desse triângulo é conhecido através dos potenciais nos vértices;

$$U_1 = U(x_1, y_1) \quad U_2 = U(x_2, y_2) \quad (21)$$

$$U_3 = U(x_3, y_3)$$

a função potencial U , admite a interpolação linear dada pela equação (16), (17) e (18).

Com isso, os nós de um elemento finito triangular da malha bidimensional em estudo descreve os potenciais nodais pelo sistema linear abaixo:

$$\begin{cases} a_1(x, y) = a + bx_1 + cy_1 \\ a_2(x, y) = a + bx_2 + cy_2 \\ a_3(x, y) = a + bx_3 + cy_3 \end{cases} \quad (22)$$

Podendo ser resolvida da seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (23)$$

No qual, admite uma única solução se;

$$\det \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \neq 0 \quad (24)$$

Garantindo que os pontos formados em um triângulo não são alinhados e que os coeficientes a, b e c em função apenas das coordenadas $(x_1, y_1); (x_2, y_2); (x_3, y_3)$ do triângulo podem ser resolvidas pela Regra de Cramer, explicitado a seguir,

$$\Delta_1 = \det \begin{bmatrix} a_1 & x_1 & y_1 \\ a_2 & x_2 & y_2 \\ a_3 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_2 = \det \begin{bmatrix} 1 & a_1 & y_1 \\ 1 & a_2 & y_2 \\ 1 & a_3 & y_3 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\Delta_3 = \det \begin{bmatrix} 1 & x_1 & a_1 \\ 1 & x_2 & a_2 \\ 1 & x_3 & a_3 \end{bmatrix}$$

Sendo;

$$\Delta = \det \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \quad (26)$$

e,

$$a = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad b = \frac{\Delta_2}{\Delta} \quad e \quad c = \frac{\Delta_3}{\Delta} \quad (27)$$

Possibilitando assim, através das equações (25), (26) e (27) obter, os coeficientes a, b e c , em termos de coordenadas globais x e y .

Assim o potencial elementar, $U^{(e)}(x, y)$ pode ser escrito como;

$$U^{(e)}(x, y) = \frac{\Delta_1}{\Delta} + \frac{\Delta_2}{\Delta} x + \frac{\Delta_3}{\Delta} y \quad (28)$$

ou ainda ;

$$U^{(e)}(x, y) = \frac{[(x_2 y_3 - x_3 y_2) - (y_3 - y_2)x + (x_3 - x_2)y]U_1 + [-(x_1 y_3 - x_3 y_1) + (y_3 - y_1)x + (x_3 - x_1)y]U_2 + [(x_1 y_2 - x_2 y_1) - (y_2 - y_1)x + (x_2 - x_1)y]U_3}{(x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1) - (x_2 y_2 + x_3 y_2 + x_1 y_3)} \quad (29)$$

Desta forma, pode-se encontrar os potenciais elétricos $U_{(x,y)}$, substituindo a equação (13) na (29), mostrado com o sinal negativo do determinante em evidencia na expressão (30), igual a um funcional.

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma_x(x, y) \frac{\partial U_{(x,y)}}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\sigma_y(x, y) \frac{\partial U_{(x,y)}}{\partial y} \right) = f(x, y) \quad (30)$$

B.O MÉTODO DE GALERKIN

Aplicando o Método de Galerkin

$$\iint^{(e)} R \phi_i dx dy = 0 \quad (31)$$

onde o Resíduo R , dado por:

$$R = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma_x(x, y) \frac{\partial U_{(x,y)}}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\sigma_y(x, y) \frac{\partial U_{(x,y)}}{\partial y} \right) - f(x, y) \quad (32)$$

representa a diferença do valor das medidas teórica e experimental.

Sendo, $f(x,y)$ um funcional que determina a solução exata.

Utilizando a integração por partes e aplicando o Teorema da Divergência (Green);

$$\iint^{(e)} \nabla \cdot U dx dy = \oint^{(e)} U \cdot n ds \quad (33)$$

Tendo-se a equação geral do elemento (e), a combinação linear:

$$U^{(e)} = \phi_j a_j^{(e)} \quad (34)$$

Pelo Teorema da Divergência (Green) aplicando-se as equações (31), (32) e (34) se obtêm:

$$\iint^{(e)} \left[\frac{\partial \phi_i}{\partial x} \sigma_x \frac{\partial \phi_j}{\partial x} + \frac{\partial \phi_i}{\partial y} \sigma_y \frac{\partial \phi_j}{\partial y} \right] a_j dx dy = \iint^{(e)} f \phi_i dx dy + \oint \tau_n^{(e)} \phi_i ds \quad (35)$$

Sendo;

$K_{ij} = \frac{\partial \phi_i}{\partial x} \sigma_x \frac{\partial \phi_j}{\partial x} + \frac{\partial \phi_i}{\partial y} \sigma_y \frac{\partial \phi_j}{\partial y}$, a matriz de rigidez do sistema[20].

a_j = os coeficientes que determinação os potenciais nodais para geração dos elementos para a formação da imagem sobre o plano (x,y).

e,

$f \phi_i$ = fluxo interno de corrente

$\tau_n^{(e)} \phi_j$ = fluxo externo de corrente

Equacionando o problema direto pelos elementos finitos na Tomografia por Impedância Elétrica do tipo:

$$[K]\{U\} = \{I\} \quad (36)$$

Onde $[K]$ representa a matriz de rigidez do sistema, $\{I\}$ é o vetor com a distribuição de corrente injetada e $\{U\}$ é o vetor com os potenciais elétricos nos nós da malha que se quer determinar. Pode-se relacionar as equações (35) e (36), com os respectivos termos que envolvem o problema.

VI. CONCLUSÃO

O problema direto na TIE consiste na determinação dos potenciais elétricos da borda de um corpo de prova, pois se conhece as causas (distribuições de resistividade elétrica ou condutividade) e deve-se determinar o efeito (potenciais elétricos). Através do Método dos Elementos Finitos, usando-se o Método de Galerkin, é possível determinar os valores teóricos dos potenciais elétricos. Como o entendimento da obtenção desses valores, a continuidade do trabalho consiste na aplicação do problema inverso para a aquisição de imagem, que possibilitem tanto diagnóstico médico como para materiais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] D. C. Barber e B. H. Brown (1984), "Applied potential tomography.. Journal of Physics E: Scientific Instruments 17(9), 723 – 733.
- [2] A. Calderon. On a inverse boundary value problem. In: Proc. Seminar on Numerical Analysis and its Applications to Continuum Physics. Soc. Brasileira de Matemática, 1980. P 65 73.
- [3] Cheney, M., Isaacson, D. & Newell, J.C. (1999). Electrical Impedance Tomography, SIAM J. Appl. Math. Review 41(1): 85-101.
- [4] N. Harris, A. Barber, B. Brown. Applications of applied potential tomography (apt) in respiratory medicine. Clin. Phys. Physiol. Meas., v. 8, p.155, 1987.
- [5] D. Holder. Clinical and Physiological Applications of Electrical Impedance Tomography. UCL Press, 1993. ISBN 1-85728-164-0 HB.
- [6] M. Akbarzadeh; W. Tompkins; J. Webster. Multichannel Impedance Pneumography for Apnea Monitoring. Proceedings of the Twelfth Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, v. 12, n. 3, p. 1048, 1990.
- [7] A. Noordegraff; T. Faes; A. Janse; J. Marcus; J. Bronzwaer; P. Postmus; P. Vries. Noninvasive assessment of right ventricular diastolic function by electrical impedance tomography. CHEST, v. 111, pp. 1222 e 1228, 1997.
- [8] V. Cherepenin; A. Karpov; A. Korjenevsky; V. Kornienko; Y. Kultiasov; M. Ochappkin; O. Trochanova; D. Meister. Preliminary static eit images of the thorax in health and disease. Physiol. Meas., v. 23, p. 33 41, 2002.
- [9] R. Parker. The inverse problem of resistivity sounding. Geophysics, v. 49, n. 12, pp. 2143 e 2158, December 1984.
- [10] A. Ramirez; W. Daily; D. Labreque; D. Roelant. Detection of leaksvin underground storage tanks using electrical resistance tomography. Journal of Environmental and Engineering Geophysics, v. 1, pp. 189 e 203, 1996.
- [11] A. Ramirez; W. Daily; D. Labreque; E. Owen; D. Chesnut. Monitoring an underground steam injection process using electrical resistance tomography. Water Resources Research, v. 29, pp. 73-88, 1993.
- [12] P. Kaup; F. Santosa; M. Vogelius. A method for imaging corrosion damage in thin plates from electrostatic data. Inverse Problems, v. 12, pp. 279-293, 1996.
- [13] G. Alessandrini.; E. Beretta; F. Santosa; S. Vessella. Stability in crack determination from electrostatic measurements at the boundary-a numerical investigation. Inverse Problem, v.11, pp. L17 L24, 1995.
- [14] Santosa, Fadil e Michael. Backprojection algorithm for electrical impedance imaging. SIAM Journal on Applied Mathematics 50(1), pp. 216 – 243.
- [15] M. Eggleston; R. Schwabe; D. Isacson; L. Coffin. The application of electric current computed tomography of defect imaging in metals. In: D. Thompson, D. Chimenti (Ed.). in Review of Progress in Quantitative NDE. [S.l.]: Plenum Press, 1989.
- [16] J. C. Z. Aguilar; N. M. Kuhl. Estudos Numéricos do Problema Direto na Tomografia por Impedância Elétrica. Universidade de São Paulo. 2009. p. 61
- [17] D. Halliday; R. Resnick; K. Krane. Física 3. 4ª Ed. LTC., Rio de Janeiro, 1996.
- [18] C.N. Lara Herrera, Algoritmo de Tomografia por Impedância Elétrica baseado em *Simulated Annealing* (Dissertação de Mestrado). São Paulo, 1997, pp. 5-6 e 14-17.
- [19] P. Hua; E. J. Woo; J. G. Webster; W. J. Tompkins. Finite Element Modeling of Electrode-Skin Contact Impedance in Electrical Impedance Tomography. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, v. 40. n. 4, 1993.
- [20] D. S. Burnet. Finite Element Analysis. Addison-Wesley Publishing Company, ISBN 0-201-10806-2, 1988.