

Controle Linear Ótimo aplicado a um Sistema Giroscópio Micro Eletro Mecânico

Gabriel Ressorio Campodonio, Fábio Roberto Chavarette

Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, UNESP - Univ Estadual Paulista, Departamento de Matemática, Avenida Brasil, 56, 15385-000, Ilha Solteira, SP, Brasil.

sadabifonum@gmail.com, fabioch@mat.feis.unesp.br

Resumo — Este artigo analisa a dinâmica não linear de um Sistema Giroscópio Micro Eletro Mecânico (MEMS), modelado com uma massa plana perfurada passando por uma suspensão de micro vigas que possui um acoplamento linear com dois modos de ressonância, através da força de Coriolis. O Giroscópio MEMS é aplicado no controle eletrônico de estabilidade de veículos, sendo que para este fim, nós aplicamos a técnica do controle linear ótimo para estabilizar o comportamento instável do sistema em uma órbita estável.

Palavras Chave — Controle Linear Ótimo, Micro Eletro Mecanismo, Dinâmica Não Linear, Giroscópio.

I. INTRODUÇÃO

SISTEMAS micro eletro mecânicos (*Micro-Electro-Mechanical Systems, MEMS*) é o nome dado para a tecnologia que integra elementos mecânicos, sensores e eletrônicos em um pequeno chip, que possui uma informação gravada que determina seu funcionamento. Os chamados dispositivos MEMS são micro transdutores que convertem energia elétrica em energia mecânica ou vice-versa. Estes, quando dispostos convenientemente como micro sensores e micro-atuadores, integram relés, pinças, osciladores, filtros, transformadores, giroscópios, acelerômetros, entre outros com aplicações em diversas áreas [1-4].

A indústria automobilística, por exemplo, faz uso da tecnologia de sistema micro eletro-mecânico em carros equipados com *air-bags*. Os MEMS que funcionam como acelerômetros mensuram a aceleração do veículo através da oscilação de um pequeno dispositivo e enviam um impulso elétrico para um microprocessador. Na fração de segundo que antecede o acidente, há uma queda na aceleração. Isso faz com que a frequência da oscilação caia e a resposta do microprocessador é ativar os *air-bags*. Outra aplicação da indústria automotiva é na tecnologia emergente conhecida como controle eletrônico de estabilidade, onde o sistema ajuda a evitar acidentes decorrentes de ativação automática de freios em veículos fora de controle. A tecnologia pode ser

especialmente útil para veículos com maior centro de gravidade, o que os torna propensos a deslizar. O controle eletrônico de estabilidade está disponível em veículos de luxo, mas os sensores feitos de quartzo são demasiado caros para a instalação generalizada. Inovações na tecnologia de giroscópios MEMS tornam esses sistemas mais acessíveis.

Além disso, os MEMS também são utilizados por diversos outros setores da indústria, como telefones celulares, equipamentos de áudio e aparelhos para surdez adotam a tecnologia sob a forma de micro filtros, o que melhorou significativamente a qualidade e acabou com problemas como distorção do som e interferência por frequências que atrapalhem o funcionamento.

Problemas de controle consistem em tentativas de estabilizar um sistema instável a um ponto de equilíbrio, uma órbita periódica, ou, mais geral, sobre uma trajetória desejada. Nos últimos anos, um interesse significativo no controle dos sistemas não-lineares, que apresentam um comportamento instável, tem sido observado e muitas técnicas vêm sendo discutidas na literatura [5-7]. Dentre as estratégias de controle com realimentação a mais popular é o método OGY (Ott-Grebogi-York) [5] sendo que o método usa o mapa de Poincaré do sistema. Recentemente, uma metodologia, baseada na aplicação da transformação de Lyapunov-Floquet, foi proposto por Sinha *et al.* [6] a fim de resolver este tipo de problema. Este método permite direcionar o movimento caótico a qualquer órbita periódica desejada ou a um ponto fixo. É baseado na linearização das equações, que descrevem o erro entre as trajetórias reais e desejadas. Outra técnica foi proposta por Rafikov e Balthazar [7] em que eles encontraram as condições que garantem a aplicação do controle linear em sistemas não-lineares. Nota-se que na teoria do controle existem dois tipos de problemas: para o primeiro, a função do controle $u(t)$ é encontrada como uma função do tempo. Ou seja, nesse caso a função de controle ótimo determina uma trajetória ótima que corresponde a uma condição inicial dada do sistema. No segundo caso, a função de controle $u(t, x)$ depende do tempo e de variáveis de estado. Este tipo de controle é chamado controle com realimentação ou síntese de controle podendo ser aplicado para qualquer condição inicial. Se as variáveis do sistema são desvios do regime desejado, o

controle ótimo estabiliza em torno da trajetória de sejada, minimizando o funcional que caracteriza os desvios quadrados da trajetória e do controle do regime desejado. Esta técnica de controle vem sendo aplicada em várias áreas com sucesso [8-13].

O objetivo deste trabalho é aplicar a técnica do controle linear ótimo [7] no sistema giroscópio micro eletro mecânico para controlar o comportamento caótico do sistema, organizamos o trabalho da seguinte maneira: na Seção II, demonstramos o modelo matemático proposto para o sistema giroscópio micro eletro mecânico. Na Seção III, demonstramos as simulações numéricas da dinâmica não linear e a estabilidade do sistema giroscópio MEMS. Na Seção IV, discutimos o projeto do controlador linear ótimo do sistema. Na Seção V, apresentamos as conclusões do trabalho. Na Seção VI, apresentamos os agradecimentos e finalmente nos listamos as referências utilizadas no desenvolvimento do trabalho.

II. MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA GIROSCÓPIO MICRO ELETRO MECÂNICO.

Neste item, nós consideramos o modelo mecânico e a derivação das equações do movimento que o regem desenvolvido por Miller *et al* [14] para um giroscópio MEMS com a função do acoplamento de dois modos linear ressonantes através da força de Coriolis, ilustrado na Fig. 1.

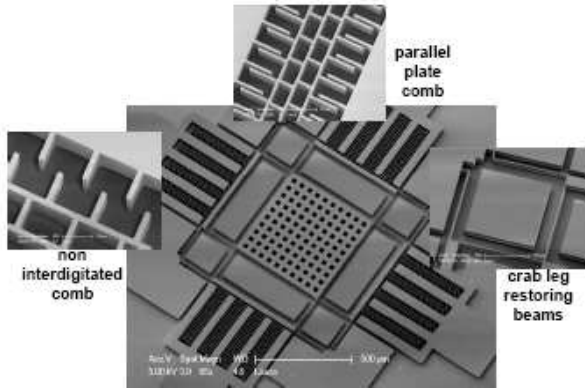


Fig. 1. Sistema Giroscópio Micro Eletro Mecânico [14].

Este dispositivo consiste-se de uma massa plana perfurada passando por uma suspensão de micro vigas. É um eixo longo forçado, chamado eixo unidade, por um conjunto de unidades de pentes não interdigitalizados, onde seu movimento ao longo do outro eixo é detectado por um conjunto de placas de capacitores paralelas.

As equações de movimento que o regem foram obtidas por [14], sendo:

$$\begin{aligned} m \ddot{x} + c \dot{x} + [k_{11} + r_1 V_a^2 (1 + \cos(2\omega t))]x + [k_{31} + r_3 V_a^2 (1 + \cos(2\omega t))]x^3 - 2\Omega \dot{y} &= 0 \\ m \ddot{y} + c \dot{y} + k_{12} y + k_{32} y^3 + 2\Omega \dot{x} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

onde x é o deslocamento ao longo do eixo da unidade, y é o sentido do eixo da unidade, m é a massa do sensor, c é a constante viscosa de dissipação, k_{11} é a rigidez linear, V_a é a voltagem aplicada, k_{31} é o coeficiente de rigidez cúbica, r_1 é o coeficiente de rigidez cúbica, r_3 é a constante linear da força eletrostática, k_{12} é o sentido do eixo rígido linear, k_{32} é a constante do sentido do eixo de rigidez não linear. Ω é a taxa de rotação do giroscópio em torno do eixo perpendicular ao plano do giroscópio.

Com o objetivo de reduzir o número de parâmetros e facilitar a análise, utilizamos as variáveis não dimensionais:

$$\left. \begin{aligned} q_d &= \frac{x}{L}, \quad q_s = \frac{y}{L}, \quad \tau = t \sqrt{\frac{m}{k_{11}}}, \quad \varepsilon \zeta = \frac{c}{\sqrt{mk_{11}}} \\ \varepsilon \lambda_1 &= \frac{r_1 V_a^2}{k_{11}}, \quad \varepsilon \nu_3 = \frac{k_{31} L^2}{k_{11}}, \quad \varepsilon \lambda_3 = \frac{r_3 L^2 V_a^2}{k_{11}}, \\ \varepsilon \gamma &= 2\Omega \sqrt{\frac{m}{k_{11}}}, \quad \varepsilon \delta = \frac{k_{12}}{k_{11}} - 1, \quad \varepsilon \xi = \frac{k_{32} L^2}{k_{11}} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Aqui L representa alguns comprimentos característicos e aproveitamos para introduzir o parâmetro pequeno ε para realizarmos o dimensionamento, obtendo:

$$\begin{aligned} q_d'' + 2\varepsilon \zeta q_d' + [1 + \varepsilon \lambda_1 (1 + \cos(2\omega \tau))]q_d + [\varepsilon \nu_3 + \varepsilon \lambda_3 (1 + \cos(2\omega \tau))]q_d^3 - \varepsilon \gamma q_s' &= 0 \\ q_s'' + 2\varepsilon \zeta q_s' + (1 + \varepsilon \delta)q_s + \varepsilon \xi q_s^3 + \varepsilon \gamma q_d' &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Ao aplicar o método da média em (3) e reescrever as equações do sistema dinâmico, na forma de estado, as equações que o regem podem ser escritas da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= \frac{\varepsilon}{8} [4x_2\gamma \cos(x_3 - x_4) + x_1(-8\zeta + \\
&\quad (2\lambda_1 + \lambda_3 x_1^2) \sin(2x_1))], \\
\dot{x}_2 &= -\frac{\varepsilon}{2} [x_1\gamma \cos(x_3 - x_4) + 2\zeta x_2] \\
\dot{x}_3 &= \frac{\varepsilon}{8x_1} [-4x_2\gamma \sin(x_3 - x_4) + \\
&\quad x_1(4\lambda_1 - 8\sigma + 3(v_3 + \lambda_3)x_1^2 + \\
&\quad 2(\lambda_1 + \lambda_3 x_1^2) \cos(2x_3))], \\
\dot{x}_4 &= \frac{\varepsilon}{8x_2} [-4x_1\gamma \sin(x_3 - x_4) + \\
&\quad x_2(4\delta - 8\sigma + 3\zeta x_2^2)]
\end{aligned} \tag{4}$$

onde x_1 é a amplitude do oscilador da unidade do eixo, e x_2 é a amplitude do oscilador ao longo do eixo do sensor. x_3 e x_4 são as fases de oscilação para os dois eixos. Para realizarmos isso, assumimos a condição de quase ressonância $w=1+\varepsilon\sigma$.

III. SIMULAÇÃO NUMÉRICA E ANÁLISE DE ESTABILIDADE.

O conceito de estabilidade utilizado foi o método indireto de Lyapunov [15], onde se determinou a matriz Jacobiana do sistema de Eq. (4), como sendo:

$$J_{(1,1)} = \frac{1}{10000} + \frac{1}{8000} (2 + 2x_1^2) \sin(2x_3) + \frac{1}{2000} x_1^2 \sin(2x_3)$$

$$J_{(1,2)} = \frac{1}{2000} Gama \cos(x_3 - x_4)$$

$$J_{(1,3)} = -\frac{1}{2000} x_2 Gama \sin(x_3 - x_4) + \frac{1}{4000} x_1 (2 + 2x_1^2) \cos(2x_3)$$

$$J_{(1,4)} = \frac{1}{2000} x_2 Gama \sin(x_3 - x_4)$$

$$J_{(2,1)} = -\frac{1}{2000} Gama \cos(x_3 - x_4)$$

$$J_{(2,2)} = -\frac{1}{10000}$$

$$J_{(2,3)} = \frac{1}{2000} x_1 Gama \sin(x_3 - x_4)$$

$$J_{(2,4)} = -\frac{1}{2000} x_1 Gama \sin(x_3 - x_4)$$

$$\begin{aligned}
J_{(3,1)} &= -\frac{x_1^2}{8000} (-4x_2 Gama \sin(x_3 - x_4) + \\
&\quad x_1 \left(\frac{101}{25} + \frac{63}{100} x_1^2 + (2 + 4x_1^2) \cos(2x_3) \right) + \frac{x_1}{8000} \\
&\quad x_1 \left(\frac{101}{25} + \frac{63}{100} x_1^2 + (2 + 4x_1^2) \cos(2x_3) \right) \cos(2x_3) + x_1 \\
&\quad \left(\frac{603}{50} x_1 + 8x_1 \cos(2x_3) \right)
\end{aligned}$$

$$J_{(3,2)} = -\frac{x_1}{2000} Gama \sin(x_3 - x_4)$$

$$J_{(3,3)} = -\frac{x_1}{8000} \left(-4x_2 Gama \cos(x_3 - x_4) - 2x_1 \right)$$

$$J_{(3,4)} = \frac{x_1}{2000} x_2 Gama \cos(x_3 - x_4)$$

$$J_{(4,1)} = -\frac{x_2}{2000} x_1 Gama \sin(x_3 - x_4)$$

$$J_{(4,2)} = -\frac{x_2^2}{8000} \left(-4x_1 Gama \sin(x_3 - x_4) + 0.3x_2^3 \right) + \frac{9}{80000} x_2$$

$$J_{(4,3)} = -\frac{x_2}{2000} x_1 Gama \cos(x_3 - x_4)$$

$$J_{(4,4)} = \frac{x_2}{2000} x_1 Gama \cos(x_3 - x_4)$$

Então, denotando com λ_i os autovalores de $J(i=1, \dots, n)$, dizemos que a origem é assintoticamente estável se a parte real do autovalor é menor que zero para todo λ_i ou é instável se a parte real do autovalor é maior que zero para um ou mais autovalores da matriz Jacobiana.

A Fig. 2 mostra o diagrama de estabilidade para x_1 (com as regiões da aplicação do controle) do sistema giroscópio micro eletro mecânico modelado pela Eq. (4) utilizando os valores numéricos para os seguintes parâmetros: $\varepsilon=0.001$; $\lambda_1=1$; $\lambda_3=2$; $\zeta=0.1$; $\gamma=56$; $\xi=0.1$; $v_3=0.01$; $\delta=-0.01$; $\sigma=\delta/2$; $x_1=9$; $x_2=9$; $x_3=9$ e $x_4=9$.

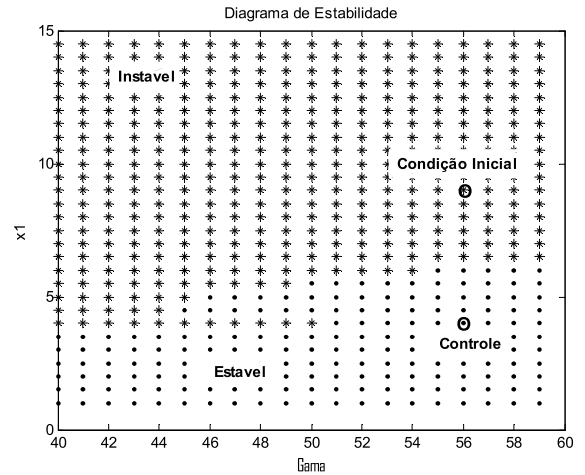


Fig. 2. Diagrama de Estabilidade para x_1 .

A Fig. 3 mostra o diagrama de estabilidade para x_2 (com as regiões da aplicação do controle) do sistema giroscópio micro eletro mecânico modelado pela Eq. (4) utilizando os valores numéricos para os seguintes parâmetros: $\varepsilon=0.001$; $\lambda_1=1$; $\lambda_3=2$; $\zeta=0.1$; $\gamma=56$; $\xi=0.1$; $v_3=0.01$; $\delta=-0.01$; $\sigma=\delta/2$; $x_1=9$; $x_2=9$; $x_3=9$ e $x_4=9$.

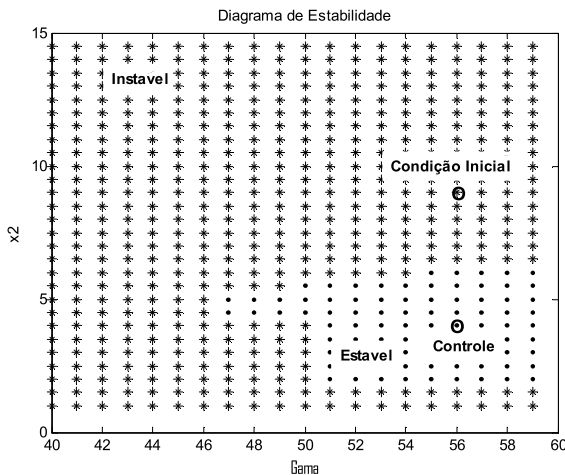


Fig. 3. Diagrama de Estabilidade para x_2 .

As figuras a seguir ilustram a dinâmica do comportamento adotado pelo modelo dinâmico, utilizando os valores numéricos para os seguintes parâmetros: $\epsilon=0.001$; $\lambda_1=1$; $\lambda_3=2$; $\zeta=0.1$; $\gamma=56$; $\xi=0.1$; $v_3=0.01$; $\delta=-0.01$; $\sigma=\delta/2$; $x_1=9$; $x_2=9$; $x_3=9$ e $x_4=9$.

A Fig. 4 apresenta o histórico no tempo para x_1 e x_2 com $0 < t < 1000$.

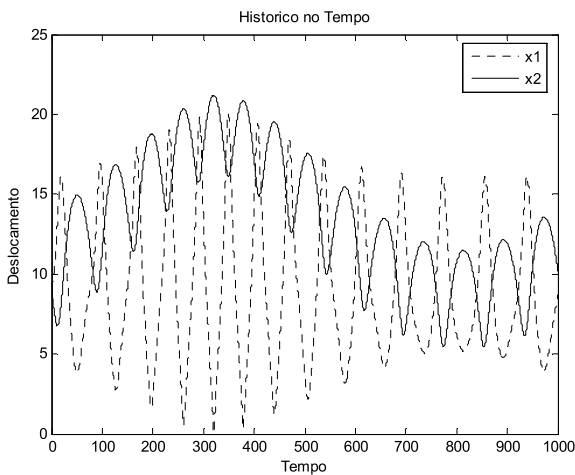


Fig. 4. Histórico no Tempo para x_1 e x_2 .

A Fig. 5 apresenta o histórico no tempo para x_1 e x_2 com $0 < t < 2000$.

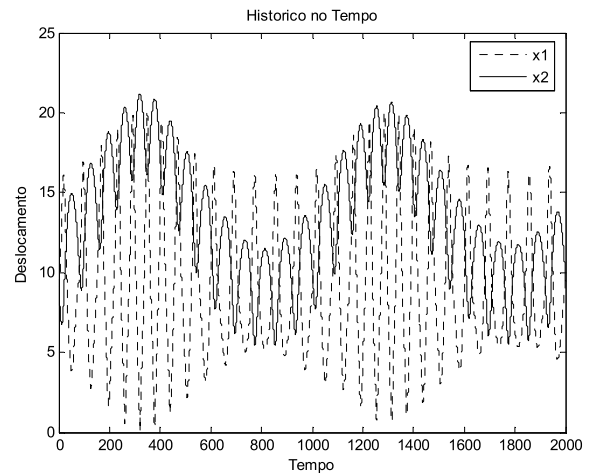


Fig. 5. Histórico no Tempo para x_1 e x_2 .

A Fig. 6 apresenta o histórico no tempo para x_1 e x_2 com $0 < t < 3000$.

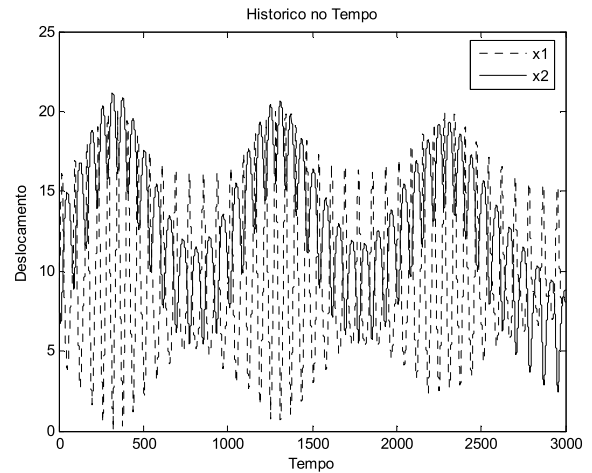


Fig. 6. Histórico no Tempo para x_1 e x_2 .

A Fig. 7 apresenta a projeção do plano de fase instável para x_1 e x_2 .

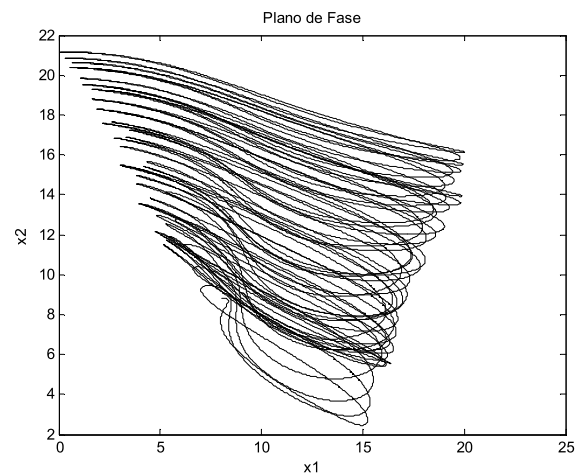


Fig. 7. Plano de Fase para x_1 e x_2 .

A seguir se apresenta o projeto de um controlador para estabilizar o comportamento instável do sistema goscópico (4) ilustrado nas figuras 4-7.

O estudo de uma técnica de controle não linear se foca na estabilidade, que estão relacionadas em determinar aqueles estados iniciais que, sob uma lei de controle de realimentação serão transferidos e mantidos em um conjunto alvo e específico e da controlabilidade relacionada em determinar aqueles estados iniciais onde um controle de realimentação existente transferirá o estado a um alvo específico.

IV. PROJETO DE UM CONTROLADOR.

Entre as estratégias de controle de caos com realimentação a mais popular é método OGY [5]. A bibliografia mostra também o uso amplo do primeiro e segundo métodos de Lyapunov para controlar caos em vários sistemas dinâmicos. Vincent & Yu [16] desenvolveram o controlador do estado linear *feedback* para o sistema descrito pelas equações de Lorenz. Um enfoque geral do controle local de sistemas não-lineares que exibem caos foi proposto por Sinha et al [6]. A síntese do controlador *feedback* variável foi feita através da aplicação da transformação de Lyapunov – Floquet para garantir a estabilidade local da órbita periódica desejada. Recentemente aplicações neste problema foram abordadas por Chavarette et al [8-13].

Uma metodologia para encontrar o controle ótimo linear *feedback* foi proposta por Rafikov e Balthazar [7]. Eles encontraram as condições que garantem a aplicação do controle linear em sistemas não-lineares. Temos que notar que na teoria do controle existem dois tipos de problemas: o controle de programa e a síntese do controle. Para o primeiro, a função do controle $u(t)$ é encontrada como uma função do tempo. Ou seja, nesse caso a função de controle ótimo determina uma trajetória ótima que corresponde a uma condição inicial dada do sistema. No segundo caso, a função de controle $u(t, x)$ depende do tempo e de variáveis de estado. Este tipo de controle é chamado controle *feedback* ou controle com realimentação podendo ser aplicado para qualquer condição inicial. Se as variáveis do sistema são desvios do regime desejado, o controle ótimo estabiliza em torno da trajetória desejada, minimizando o funcional que caracteriza os desvios quadrados da trajetória e do controle do regime desejado.

Nesta seção, nós aplicamos o Controle Linear Ótimo nos sistemas da Seção III reduzindo o movimento oscilatório do sistema não linear para uma órbita periódica.

A. Teoria do Controle Linear Ótimo

Consideremos um sistema controlado

$$\dot{x} = Ax + g(x) + U \quad (5)$$

onde $x \in R^n$ é um vetor de estado, $A \in R^{n \times n}$ é uma matriz constante, $g(x)$ um vetor formado de funções contínuas e o vetor controle é

$$U = \tilde{u} + u_t \quad (6)$$

Sem controle ($U \equiv 0$) o sistema (5) apresenta comportamento caótico para determinados valores dos parâmetros.

Em diversos problemas da engenharia, física, economia, ecologia, etc., o objetivo é escolher a lei U de controle que mova o sistema do regime perturbado a, um ponto fixo de equilíbrio ou uma órbita periódica ou não periódica desejada.

$$\tilde{u} = \tilde{x} - A\tilde{x} - g(\tilde{x}) \quad (7)$$

e o vetor de controle u_t que estabiliza o sistema em torno da trajetória desejada tem a seguinte forma

$$u_t = Bu \quad (8)$$

onde $B \in R^{n \times m}$ é uma matriz constante.

Definindo

$$y = x - \tilde{x} \quad (9)$$

o como o desvio da trajetória do sistema (5) da trajetória desejada, e admitindo (6)-(9), chegamos à equação e m desvios:

$$\dot{y} = Ay + g(x) - g(\tilde{x}) + Bu \quad (10)$$

A parte não-linear do sistema (5) pode ser escrita como

$$g(x) - g(\tilde{x}) = G(x, \tilde{x})(x - \tilde{x}) \quad (11)$$

onde $G(x, \tilde{x})$ é uma matriz limitada, cujos elementos dependem de x e $\tilde{x}$.

Admitindo (9), o sistema (10) tem a seguinte forma:

$$\tilde{Q} = Q - G^T(x, \tilde{x})P - PG(x, \tilde{x}) \quad (12)$$

seja definida positiva para G limitada, então o controle linear *feedback*

$$u = -R^{-1}B^T P y \quad (13)$$

é ótimo para transferir o sistema não linear (7) de qualquer estado inicial ao estado final

$$y(\infty) = 0 \quad (14)$$

minimizando o funcional

$$\tilde{J} = \int_0^{\infty} (y^T \tilde{Q} y + u^T R u) dt \quad (15)$$

onde a matriz simétrica P é calculada da equação algébrica não linear de Riccati:

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (16)$$

onde as matrizes $Q \in R^{n \times n}$ e $R \in R^{m \times m}$ são constantes, definidas positivas.

Para se resolver o problema de síntese de controle ótimo (10)-(14) pode-se utilizar o fluxograma demonstrado na figura 8.

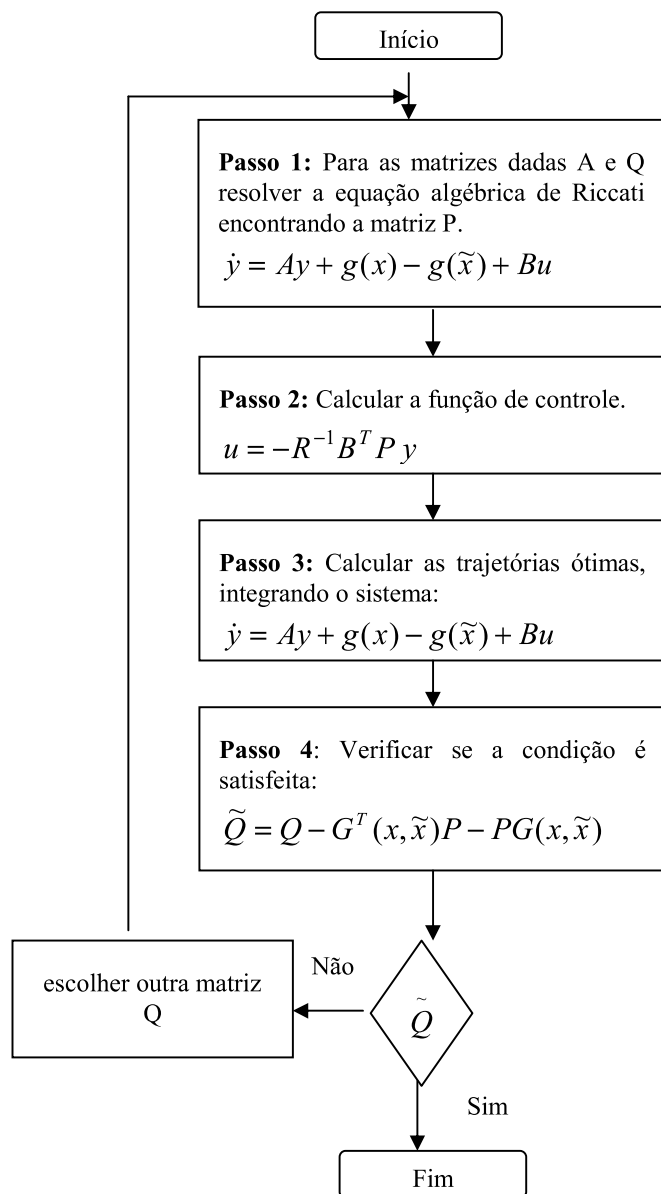


Fig. 8. Fluxograma da Síntese do Controle Ótimo

B. Controle Linear Ótimo aplicado ao sistema Giroscópio MEMS

Aplicando a técnica do controle linear ótimo no sistema Giroscópio MEMS da Eq. (4), as equações do sistema controlado podem ser descritas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{\varepsilon}{8} [4x_2 \gamma \cos(x_3 - x_4) + x_1(-8\zeta \\ &\quad + (2\lambda_1 + \lambda_3 x_1^2) \sin(2x_1))] + U, \\ \dot{x}_2 &= -\frac{\varepsilon}{2} [x_1 \gamma \cos(x_3 - x_4) + 2\zeta x_2] \\ \dot{x}_3 &= \frac{\varepsilon}{8x_1} [-4x_2 \gamma \sin(x_3 - x_4) + \\ &\quad x_1(4\lambda_1 - 8\sigma + 3(v_3 + \lambda_3)x_1^2 + \\ &\quad 2(\lambda_1 + \lambda_3 x_1^2) \cos(2x_3))] , \\ \dot{x}_4 &= \frac{\varepsilon}{8x_2} [-4x_1 \gamma \sin(x_3 - x_4) + \\ &\quad x_2(4\delta - 8\sigma + 3\zeta x_2^2)] \end{aligned} \quad (17)$$

Determina-se o seguinte:

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} 6\sin(\frac{\pi}{9}t) \\ 6\sin(\frac{\pi}{9}t) \\ 9 \\ 9 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$R = [1] \quad (21)$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.00001 & 0.02800 & 0.047812 & 0 \\ -0.28000 & 0 & 0 & 0 \\ 0.011283 & 0 & -0.02800 & 0.02800 \\ 0 & 0.00033 & -0.02800 & 0.02800 \end{bmatrix} \quad (22)$$

onde a controlabilidade do sistema é $M[B \mid AB \mid ABC \mid ABCD] \neq 0$, considerando então que o sistema dinâmico é controlável.

A matriz $P(t)$ é obtida por

$$P = \begin{bmatrix} 1.0482 & -0.1450 & 0.6846 & 0.0183 \\ -0.1450 & 0.82386 & 0.1437 & 0.0043 \\ 0.6846 & 0.1437 & 0.7019 & 0.0187 \\ 0.0183 & 0.0043 & 0.0187 & 0.0107 \end{bmatrix} * 10^2 \quad (23)$$

resolvendo a equação algébrica de Riccati a função de controle ótimo u tem a seguinte forma:

$$u = 1.8316x_1 + 0.4320x_2 + 1.8737x_3 + 1.0795x_4 \quad (24)$$

As trajetórias do sistema MEMS sem controle e do sistema controlado são ilustradas na figura a seguir.

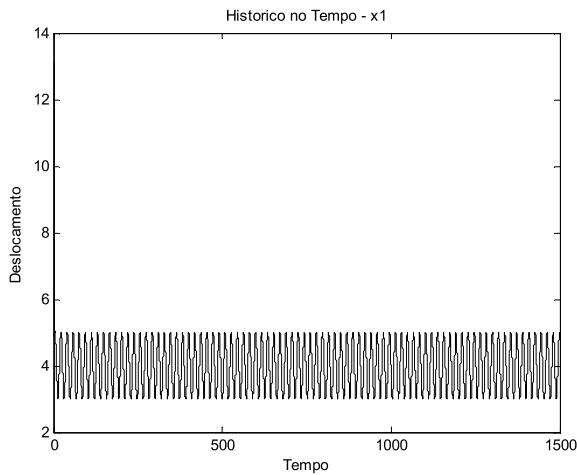


Fig. 9. Histórico no Tempo controlado para x_1 .

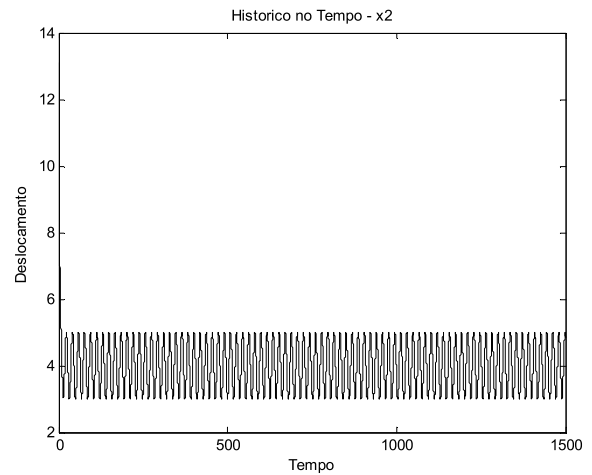


Fig. 10. Histórico no Tempo controlado para x_2 .

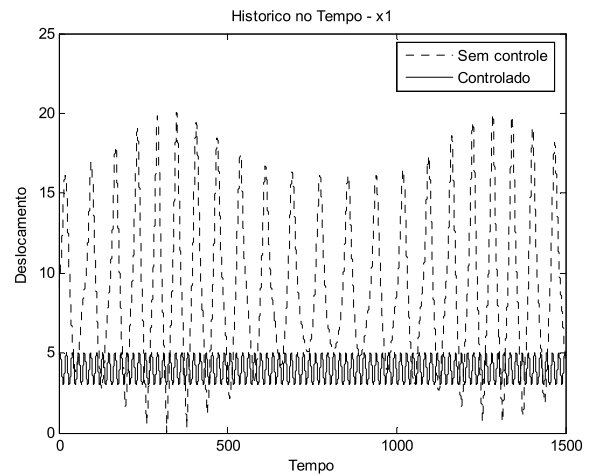


Fig. 11. Histórico no Tempo controlado e não controlado para x_1 .

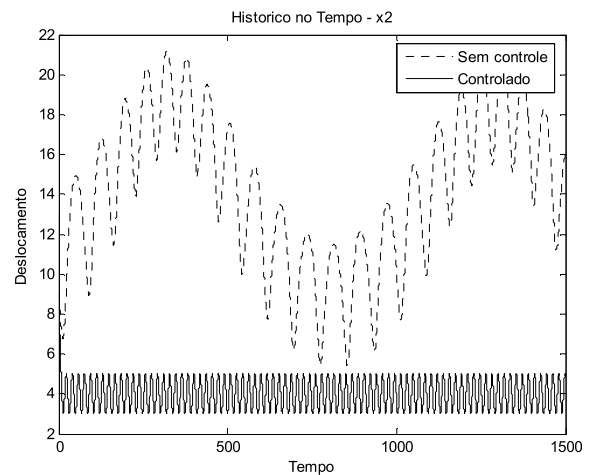
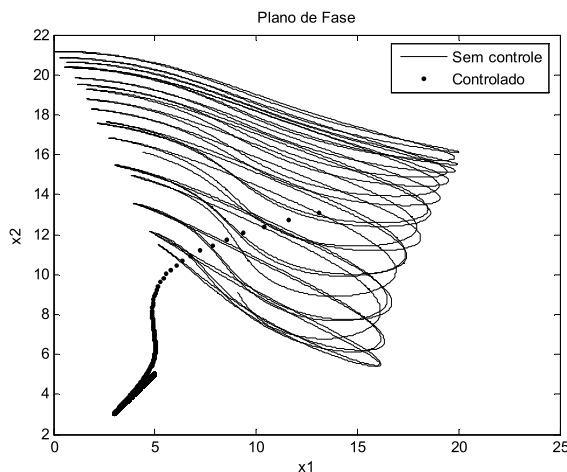


Fig. 12. Histórico no Tempo controlado e não controlado para x_2 .

Fig. 13. Plano de Fase para x_1 e x_2 .

V. CONCLUSÕES.

Neste trabalho, a dinâmica não linear de um sistema giroscópio micro eletro mecânico é investigado.

Nós propomos a aplicação da estratégia do controle linear ótimo linear realimentado, aplicado ao modelo matemático do sistema giroscópio micro eletro mecânico proposto.

Esta estratégia de controle reduzindo o movimento deste sistema para uma pequena órbita estável conforme ilustram as figuras 9-13, essas figuras também mostras a eficácia da estratégia de controle para esses problemas.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a todo suporte financeiro da FUNDUNESP (Proc. N° 00746/10) e a PROPE/UNESP (Programa Primeiros Projetos, Edital n° 005/2010-PROPE) pela bolsa de iniciação científica.

REFERENCIAS

- [1] B. Illic, D. Czaplewski, H.G. Craighead, P. Neuzal, C. Campagnolo, C. Batt, "Mechanical resonant immunospecific biological detector", in *Applied Physics Letters*, 77, 2000, pp. 450-452.
- [2] T.D. Stowe, K. Yasumura, T.W. Kenny, D. Botkin, K. Wago, D. Rugar, "Attomewton force detection using silicon cantilevers". in *Applied Physics Letters*, 71, 1997, pp. 288-290.
- [3] T. Kenny, "Nanometer-scale force sensing with MEMS devices". In *IEEE Sensors Journal*, 1, 2001, pp. 148-157.
- [4] D. Rugar, C.S. Yannoni, J.A. Sidles, J.A., "Mechanical detection of magnetic resonance", *Nature*, 360, 1992, pp. 563-566.
- [5] E. Ott, C. Grebogi, J.A. Yorke, "Controlling Chaos", *Phys. Rev. Lett.* 66, 1990, pp. 1196.
- [6] S.C. Sinhá, J.T. Henrichs, B.A. Ravindra, "A General Approach in the Design of active Controllers for Nonlinear Systems Exhibiting Chaos". in *Int. J. Bifur. Chaos*, 10-1, 2000, 165pp.
- [7] M.Rafikov, J.M., "On control and synchronization in chaotic and hyperchaotic system via linear control feedback". in *Nonlinear science and numerical simulation*, 1397, 2008, pp. 1246-1255.
- [8] F.R. Chavarette, J.M. Balthazar, J.L.P. Felix. "Remarks on an Optimal Linear Control Design Applied to a Nonideal and an Ideal Structure Coupled to an Essentially Nonlinear Oscillator". in *Journal of computational and nonlinear dynamics*, 5, 2010, pp. 24501-24508.
- [9] F.R. Chavarette, J.M. Balthazar, J.L.P. Felix, J.L.P. "A Reducing of a Chaotic Movement to a Periodic Orbit, of a Micro-Electro-

Mechanical System, by Using an Optimal Linear Control Design". in *Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation*, 14, 2009, pp. 1844-1853.

- [10] F.R. Chavarette, J.M. Balthazar, M. Rafikov, H.A.Hermeni, "On nonlinear dynamics and an optimal control synthesis of the action potential of membranes (ideal and non-ideal cases) of the Hodgkin Huxley (HH) mathematical model". in *Chaos, Solitons and Fractals*, 39, 2009, pp. 1651-1666.
- [11] F.R. Chavarette, J.M. Balthazar, N.J.Peruzzi, M. Rafikov, "On nonlinear dynamics and control designs applied to the ideal and non-ideal variants of the Fitzhugh-Nagumo (FN) mathematical model". in *Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation*, 14, 2009, pp. 892-905.
- [12] D. C. Pereira, J.M. Balthazar, F.R. Chavarette, M. Rafikov, "On Nonlinear Dynamics and a Linear Optimal Control to a Longitudinal Flight Dynamics". in *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, USA, 3, 2008, pp. 11012-11018.
- [13] F.R. Chavarette, N.J.Peruzzi, J.M. Balthazar, H.A.Hermeni. "On Non-Linear Dynamics and a Periodic Control Design Applied to the Potential of Membrane Action". in *Applied Mechanics and Materials*, Bath, 5, 2006, pp. 47-54.
- [14] N.J. Miller, S.W. Shaw, L.A. Oropeza-Ramos, K.L. Turner, "Analysis of a Novel MEMS Gyroscope Actuated By Parametric Resonance", in *Proceedings of the Sixth EUROMECH Nonlinear Dynamics Conference (ENOC 2008)*, Saint Petersburg, Russia, (June, 30 – July, 4 2008).
- [15] J. Guckenheimer, P. Holmes, "Nonlinear Oscillations, Dynamical System, and Bifurcation of Vector Fields", in *Springer-Verlag*, New York, 1983, pp. 463.
- [16] T.L.Vincent, J. Yu, "Control of a chaotic system", in *Int. J. of Dyn. Control*, 1, 1991, pp. 35.